

13. Levantamentos Altimétricos

Ou, simplesmente, *nivelamento*, é a operação que determina as *diferenças de nível* ou *distâncias verticais* entre pontos do terreno.

O nivelamento destes pontos, porém, não termina com a determinação do desnível entre eles mas, inclui também, o *transporte da cota ou altitude* de um ponto conhecido (**RN** – Referência de Nível) para os pontos nivelados.

Assim, segundo GARCIA e PIEDADE (1984):

A **altitude** de um ponto da superfície terrestre pode ser definida como a distância vertical deste ponto à superfície média dos mares (denominada Geóide).

A **cota** de um ponto da superfície terrestre, por sua vez, pode ser definida como a distância vertical deste ponto à uma superfície qualquer de referência (que é fictícia e que, portanto, não é o Geóide). Esta superfície de referência pode estar situada abaixo ou acima da superfície determinada pelo nível médio dos mares.

Então, segundo ESPARTEL (1987):

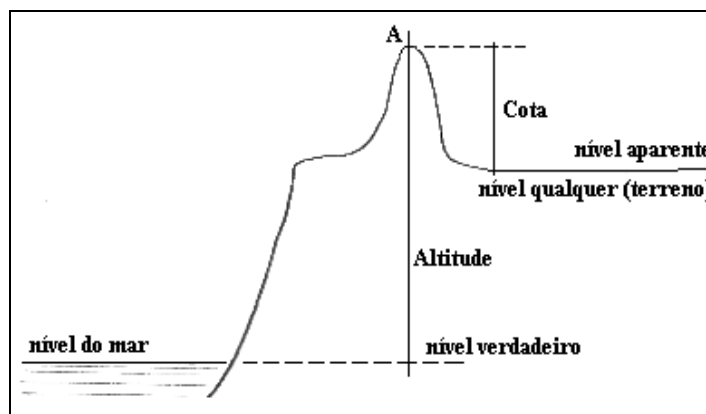
À altitude corresponde um **nível verdadeiro**, que é a superfície de referência para a obtenção da **DV** ou **DN** e que coincide com a superfície média dos mares, ou seja, o Geóide.

Altitude → Nível Verdadeiro

À cota corresponde um **nível aparente**, que é a superfície de referência para a obtenção da **DV** ou **DN** e que é paralela ao nível verdadeiro.

Cota → Nível Aparente

A figura a seguir (GARCIA, 1984) ilustra a cota (*c*) e a altitude (*h*) tomados para um mesmo ponto da superfície terrestre (A). Torna-se evidente que os valores de *c* e *h* não são iguais pois os níveis de referência são distintos.



Segundo ESPARTEL (1987), os métodos de nivelamento utilizados na determinação das diferenças de nível entre pontos e o posterior transporte da cota ou altitude são:

13.1. Nivelamento Barométrico

Baseia-se na *diferença de pressão com a altitude*, tendo como princípio que, para um determinado ponto da superfície terrestre, *o valor da altitude é inversamente proporcional ao valor da pressão atmosférica*.

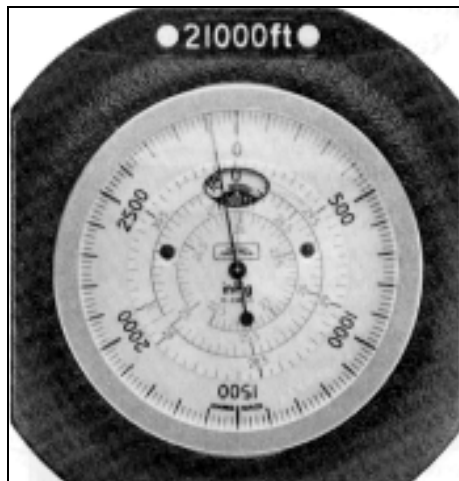
Este método, em função dos equipamentos que utiliza, permite obter valores em campo que estão diretamente relacionados ao *nível verdadeiro*.

Atualmente, com os avanços da tecnologia GPS e dos níveis laser e digital, este método não é mais empregado.

É possível, no entanto, utilizar-se dos seus equipamentos para trabalhos rotineiros de reconhecimento. Estes equipamentos são:

a) Altímetro Analógico

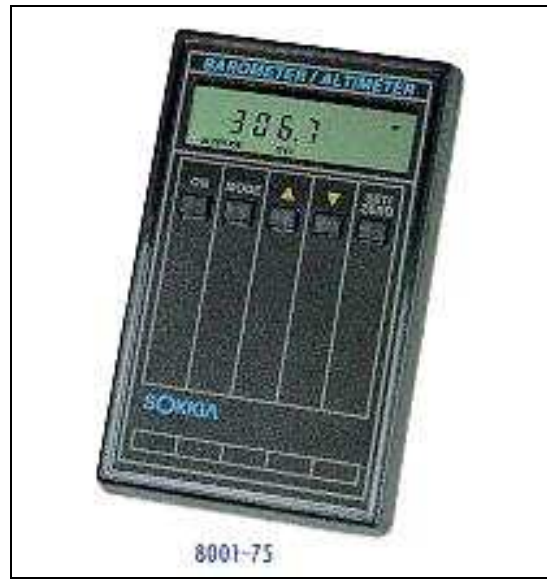
- ⇨ constituído de uma cápsula metálica vedada a vácuo que com a variação da pressão atmosférica se deforma. Esta deformação, por sua vez, é indicada por um ponteiro associado a uma escala de leitura da altitude que poderá estar graduada em metros ou pés (figura abaixo);
- ⇨ este tipo de altímetro é dito *compensado* quando possui um dispositivo que indica a correção a ser feita no valor da altitude por efeito da temperatura.



b) Altímetro Digital

- ⇨ seu funcionamento é semelhante ao do altímetro analógico, porém, a escala de leitura foi substituída por um visor de LCD, típico dos aparelhos eletrônicos (figura abaixo);

⇨ as altitudes são fornecidas com precisão de até 0,04m (0,015").



13.2. Nivelamento Trigonométrico

Baseia-se na medida de *distâncias horizontais* e *ângulos de inclinação* para a determinação da *cota* ou *altitude* de um ponto através de *relações trigonométricas*.

Portanto, obtém valores que podem estar relacionados ao *nível verdadeiro* ou ao *nível aparente*, depende do levantamento.

Segundo ESPARTEL (1987), divide-se em nivelamento trigonométrico de *pequeno alcance* (com visadas $\leq 250\text{m}$) e *grande alcance* (com visadas $> 250\text{m}$), sendo que para este último, deve-se considerar a influência da curvatura da Terra e da refração atmosférica sobre as medidas.

Os equipamentos utilizados são:

a) Clinômetro Analógico ou Digital

- ⇨ dispositivo capaz de informar a *inclinação* (α) entre pontos do terreno;
- ⇨ indicado para a medida de ângulos de até $\pm 30^\circ$ e lances inferiores a 150m;
- ⇨ constituído por luneta, arco vertical e *vernier* e bolha tubular;
- ⇨ pode ser utilizado sobre tripé com prumo de bastão e duas miras verticais de 4m, para a determinação das distâncias horizontais por estadimetria;
- ⇨ a precisão na medida dos ângulos pode chegar a 40" e na das distâncias, até 1cm em 50m (1:5000).

Abaixo encontram-se as ilustrações de dois tipos de clinômetros, um analógico (com *vernier*) e outro digital (visor LCD).



A distância vertical ou diferença de nível entre dois pontos, por este método, é dada pela relação:

$$DV = DN = DH \cdot \text{tg}(\alpha) = DH \cdot \text{cot} g(Z)$$

b) Clisímetro

- ⇨ permite ler, em escala ampliada, *declividades* (d%) de até 40%, o que equivale a ângulos de até 22°. No aspecto, ele é similar ao clinômetro;
- ⇨ a precisão da leitura neste dispositivo pode chegar a 1/10%, ou seja, 4' de arco;
- ⇨ indicado para lances inferiores a 150m.

c) Teodolito: Topográfico e de Precisão

- ⇨ permite ler ângulos com precisão desde 1' (teodolito topográfico) até 0,5" (teodolito de precisão ou geodésico);
- ⇨ os topográficos, por serem mecânicos, são indicados para lances inferiores a 250m;
- ⇨ os de precisão, que podem ser prismáticos ou eletrônicos, são indicados para lances superiores a 250m.

13.3. Nivelamento Geométrico

Este método diferencia-se dos demais pois está baseado somente na *leitura de réguas* ou *miras graduadas*, não envolvendo ângulos.

O aparelho utilizado deve estar estacionado a meia distância entre os pontos (ré e vante), dentro ou fora do alinhamento a medir.

Assim como para o método anterior, as medidas de DN ou DV podem estar relacionadas ao *nível verdadeiro* ou ao *nível aparente*, depende do levantamento.

Os equipamentos utilizados são:

a) Nível Ótico

Segundo ESPARTEL (1987), constitui-se de:

- ⇨ um suporte munido de três parafusos niveladores ou calantes;
- ⇨ uma barra horizontal;
- ⇨ uma luneta fixada ou apoiada sobre a barra horizontal;
- ⇨ um nível de bolha circular para o nivelamento da base (pode também conter um nível de bolha tubular e/ou nível de bolha bipartida);
- ⇨ eixos principais: de rotação (vertical), ótico ou de colimação (luneta) e do nível ou tangente central;
- ⇨ duas miras ou réguas graduadas: preferencialmente de metal invar;
- ⇨ para lances até 25m, a menor divisão da mira deve ser reduzida a 2mm, não podendo nunca exceder a 1cm (régua de madeira).

A figura a seguir ilustra um nível ótico e régua graduada, ambos da marca BERGER.



b) Nível Digital

- ⇨ como descrito no item (8.6.e) é um nível para medição eletrônica e registro automático de distâncias horizontais e verticais;
- ⇨ o seu funcionamento está baseado no processo digital de leitura, ou seja, num sistema eletrônico de varredura e interpretação de padrões codificados;
- ⇨ para a determinação das distâncias o aparelho deve ser apontado e focalizado sobre uma régua graduada cujas divisões estão impressas em código de barras (escala binária);
- ⇨ este tipo de régua, que pode ser de alumínio, metal invar ou fibra de vidro, é resistente à umidade e bastante precisa quanto à divisão da graduação;
- ⇨ os valores medidos podem ser armazenados internamente pelo próprio equipamento ou em coletores de dados. Estes dados podem ser

transmitidos para um computador através de uma interface RS 232 padrão;

- ⇨ a régua é mantida na posição vertical, sobre o ponto a medir, com a ajuda de um nível de bolha circular;
- ⇨ o alcance deste aparelho depende do modelo utilizado, da régua e das condições ambientais (luz, calor, vibrações, sombra, etc.).

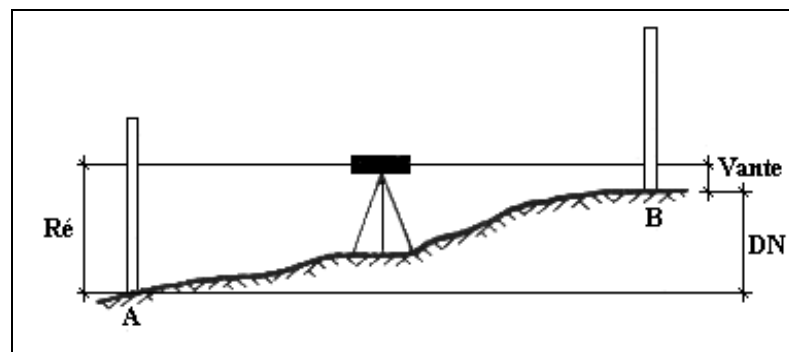
c) Nível a Laser

- ⇨ como descrito no item (8.6.f) é um nível automático cujo funcionamento está baseado na tecnologia do infravermelho;
- ⇨ assim como o nível digital, é utilizado na obtenção de distâncias verticais ou diferenças de nível e também não mede ângulos;
- ⇨ para a medida destas distâncias é necessário o uso conjunto de um *detetor laser* que deve ser montado sobre uma régua de alumínio, metal invar ou fibra de vidro;
- ⇨ é um aparelho peculiar pois não apresenta luneta nem visor LCD; a leitura da altura da régua (**FM**), utilizada no cálculo das distâncias por estadiometria, é efetuada diretamente sobre a mesma, com o auxílio do *detetor laser*, pela pessoa encarregada de segurá-la;
- ⇨ os *detetores* são dotados de visor LCD que automaticamente se iluminam e soam uma campainha ao detectar o raio laser emitido pelo nível;
- ⇨ o alcance deste tipo de nível depende do modelo e marca, enquanto a precisão, depende da sensibilidade do detetor e da régua utilizada;
- ⇨ assim como para o nível digital, a régua deve ser mantida na posição vertical, sobre o ponto a medir, com a ajuda de um nível de bolha circular.

O nivelamento geométrico pode ser:

13.3.1. Simples

Neste método, indicado pela figura abaixo (DOMINGUES, 1979), instala-se o nível uma única vez em ponto estratégico, situado ou não sobre a linha a nivelar e equidistante aos pontos de nivelamento.



Deve-se tomar o cuidado para que o desnível entre os pontos não exceda o comprimento da régua (4m).

Após proceder a leitura dos fios estadimétricos (FS, FM e FI) nos pontos de ré e vante, o desnível pode ser determinado pela relação:

$$\boxed{DN = FM_{re} - FM_{vante}}$$

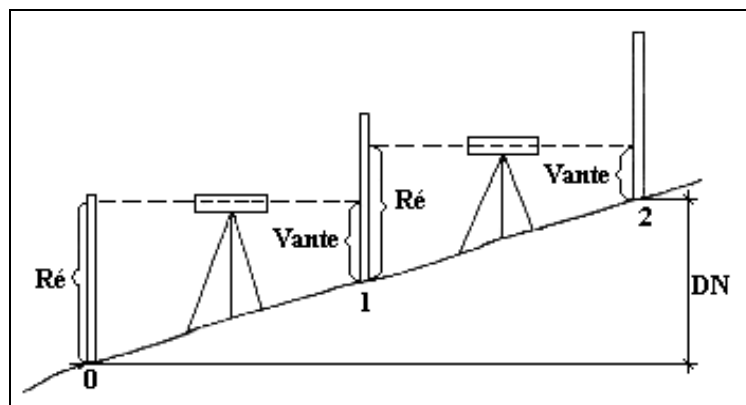
Se DN+ então o terreno está em *active* (de ré para vante).

Se DN- então o terreno está em *declive* (de ré para a vante).

Este tipo de nivelamento pode ser longitudinal, transversal ou radiante e é aplicado a terrenos relativamente planos.

13.3.2. Composto

Este método, ilustrado pela figura abaixo (GARCIA, 1984), exige que se instale o nível mais de uma vez, por ser, o desnível do terreno entre os pontos a nivelar, superior ao comprimento da régua.



Instala-se o nível equidistante aos pontos de ré e intermediário (primeiro de uma série de pontos necessários ao levantamento dos extremos), evitando-se ao máximo lances muito curtos.

Procede-se a leitura dos fios estadimétricos (FS, FM e FI) nos pontos em questão e o desnível entre os dois primeiros pontos será dado pela relação:

$$\boxed{DN_P = FM_{re} - FM_{interm.}}$$

Se DN+ então o terreno está em *active*.

Se DN- então o terreno está em *declive*.

Assim, o desnível total entre os pontos extremos será dado pelo somatório dos desníveis parciais.

$$\boxed{DN = \sum DN_P}$$

13.4. Precisão do Nivelamento

A *precisão, tolerância* ou *erro médio* de um nivelamento é função do perímetro percorrido com o nível (em km) e, segundo GARCIA e PIEDADE (1984), classifica-se em:

- *alta ordem*: o erro médio admitido é de $\pm 1,5\text{mm/km}$ percorrido.
- *primeira ordem*: o erro médio admitido é de $\pm 2,5\text{mm/km}$ percorrido.
- *segunda ordem*: o erro médio admitido é de $1,0\text{cm/km}$ percorrido.
- *terceira ordem*: o erro médio admitido é de $3,0\text{cm/km}$ percorrido.
- *quarta ordem*: o erro médio admitido é de $10,0\text{cm/km}$ percorrido.

Onde o *erro médio* é avaliado da seguinte forma:

⇨ para *poligonais fechadas*: é a soma algébrica das diferenças de nível parciais (entre todos os pontos).

⇨ para *poligonais abertas*: é a soma algébrica das diferenças de nível parciais (entre todos os pontos) no nivelamento (ida) e no contranivelamento (volta).

Este erro, ao ser processado, poderá resultar em valores diferentes de zero, para mais ou para menos, e deverá ser distribuído proporcionalmente entre as estações da poligonal, caso esteja abaixo do *erro médio total temível*.

Assim, segundo ESPARTEL (1987), o *erro médio total temível* em um nivelamento para um perímetro **P** percorrido em quilômetros, deverá ser:

$$\epsilon_m = \pm 5\text{mm}\sqrt{P}$$

E o *erro máximo admissível*, segundo o mesmo autor, deverá ser:

$$\epsilon = 2,5.\epsilon_m$$

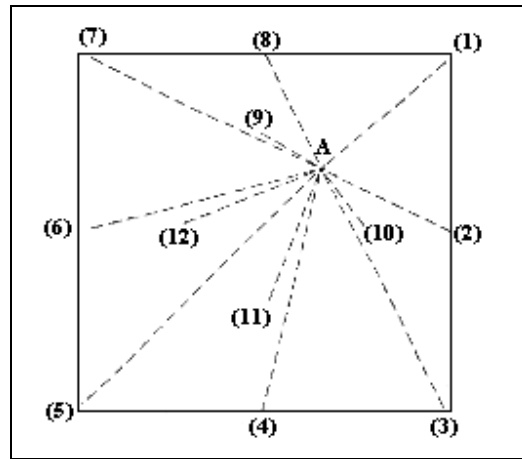
13.5. Exercícios

1. Qual é o desnível e a inclinação do terreno para um nivelamento composto onde foram obtidos os seguintes dados?

$$FM_{r\acute{e}} = 2.50, 2.80 \text{ e } 3.00\text{m}$$

$$FM_{vante} = 1.00, 0.80 \text{ e } 0.90\text{m}.$$

2. Pela figura abaixo, determine a diferença de nível entre os pontos. De onde devemos tirar e onde devemos colocar terra? A altura do ponto A deve ser tomada como referência para o cálculo dos desníveis, bem como, para a planificação do relevo.



Onde

Estaca	FM	Estaca	FM
A	1,20m (I)	7	1,40m
1	1,60m	8	1,55m
2	1,30m	9	1,50m
3	1,25m	10	1,22m
4	1,10m	11	1,15m
5	0,90m	12	1,12m
6	1,10m		

3. Dada a tabela de leituras abaixo, determine os desníveis do terreno entre os pontos e o erro de nivelamento. Classifique o levantamento segundo o erro encontrado, admitindo que o perímetro percorrido tenha sido de 1Km.

Ponto	FM (ré)	FM (vante)
1-2	1,283m	1,834m
2-3	1,433m	2,202m
3-4	0,987m	0,729m
4-5	2,345m	1,588m
5-1	1,986m	1,706m

4. Determine o desnível entre dois pontos a partir de um nivelamento trigonométrico onde foram obtidos os seguintes dados:

$$I = 1.43m$$

$$DH = 47.30m$$

$$\alpha = 8^\circ 30' \text{ ascendente}$$

$$FM = 0.000 \text{ (visado o solo)}$$

5. Qual seria a tolerância de um nivelamento de segunda ordem, se o perímetro medido foi de 1,283 km? Se o erro encontrado para este nivelamento foi de 1,5cm, este poderá ser aceito e distribuído normalmente?

6. Determine a altura aproximada de uma árvore sabendo-se que o ângulo de visada do topo da árvore é de $17^{\circ}40'$ em relação ao solo e a distância do observador à árvore é de 40,57m.

7. Determine a elevação de um ponto B, em relação a um ponto A, sabendo-se que: a elevação do ponto A é de 410,260m; a leitura de FM para uma régua estacionada em A é de 3,710m; a leitura de FM para uma régua estacionada em B é de 2,820m.

8. Determine a distância horizontal e vertical entre dois pontos sabendo-se que: o ângulo de visada do ponto inicial para o ponto final do alinhamento é de $30^{\circ}22'$ descendente; a altura do aparelho estacionado no ponto inicial é de 1,72m; a leitura da régua estacionada no ponto final é de 3,520m; a distância inclinada entre os pontos é de 182,18m. Determine a elevação do ponto final para uma elevação do ponto inicial de 361,29m.

9. Determine, para os valores de régua da tabela abaixo, a cota de cada um dos pontos (1 ao 6). Obs.: os PT são pontos temporários.

Ponto	Ré (m)	Vante (m)	Cota (m)
1	1,259		366,012
2		2,650	
3		1,832	
4		3,017	
5	2,307		
PT#1		1,884	
PT#2		2,342	
PT#3		0,855	
6		1,549	

14. Utilização das Medidas de um Levantamento Altimétrico

As medidas, cálculos e transportes de um nivelamento podem ser utilizados na:

14.1. Construção de Perfis

Segundo GARCIA e PIEDADE (1984), o perfil é a *representação gráfica do nivelamento* e a sua determinação tem por finalidade:

- ⇨ O estudo do relevo ou do seu modelado, através das curvas de nível;
- ⇨ A locação de rampas de determinada declividade para projetos de engenharia e arquitetura: edificações, escadas, linhas de eletrificação rural, canais e encanamentos, estradas etc.;
- ⇨ O estudo dos serviços de terraplanagem (volumes de corte e aterro).

O perfil de uma linha do terreno pode ser de dois tipos:

- **Longitudinal:** determinado ao longo do perímetro de uma poligonal (aberta ou fechada), ou, ao longo do seu maior afastamento (somente poligonal fechada).
- **Transversal:** determinado ao longo de uma faixa do terreno e perpendicularmente ao longitudinal.

O levantamento de um perfil, para poligonais abertas ou fechadas, é feito da seguinte forma:

- Toma-se o maior afastamento (fechada) ou o perímetro (aberta) de uma poligonal e determina-se a linha principal a ser levantada.
- Faz-se o estaqueamento desta linha em intervalos de 5m, 10m ou 20m, com a ajuda de balizas e trena ou de teodolito. É importante que as estacas sejam numeradas.
- Faz-se o levantamento altimétrico desta linha e determinam-se todos os seus desníveis.
- Determinam-se também as linhas transversais às estacas da linha principal com a ajuda de um teodolito. Se a linha longitudinal escolhida for o perímetro da poligonal, deve-se traçar, em cada estaca, a linha transversal segundo a bissetriz do ângulo horizontal naquele ponto.
- Faz-se o estaqueamento das linhas transversais com a mesma precisão da linha principal, ou seja, em intervalos de 5m, 10m ou 20m.
- Faz-se o levantamento destas linhas transversais e determinam-se todos os seus desníveis.
- Representam-se os valores dos desníveis obtidos e das distâncias horizontais entre as estacas em um sistema de eixos ortogonais da seguinte forma:

a) No eixo **x** são lançadas todas as distâncias horizontais entre as estacas (perímetro da linha levantada) em escala apropriada. Ex.:

1:750.

b) No eixo **y** são lançados todos os valores de cota/altitude das estacas levantadas também em escala apropriada. Ex.:

1:75 (escala em **y** 10 vezes maior que a escala em **x**) → *perfil elevado*.

1:750 (escala em **y** igual à escala em **x**) → *perfil natural*.

1:1500 (escala em **y** 2 vezes menor que a escala em **x**) → *perfil rebaixado*.

- Uma vez representadas as estacas no eixo **x**, estas devem ser unidas, através de linhas ortogonais, às suas respectivas cotas já representadas no eixo **y**. Desta forma, cada interseção de duas linhas ortogonais (**x** e **y**) dará como resultado um ponto definidor do perfil.
- O desenho final do perfil deverá compor uma linha que une todos os seus pontos definidores.

14.2. Determinação da Declividade entre Pontos

Segundo GARCIA e PIEDADE (1984), a *declividade* ou *gradiente* entre pontos do terreno é a relação entre a distância vertical e horizontal entre eles.

Em porcentagem, a declividade é dada por:

$$d(\%) = \frac{DN}{DH} \cdot 100$$

Em valores angulares, a declividade é dada por:

$$d^\circ = \text{arc.tg}\left(\frac{DN}{DH}\right)$$

Segundo os mesmos autores acima, as declividades classificam-se em:

Classe	Declividade %	Declividade °	Interpretação
A	< 03	< 01.7	Fraca
B	03 a 06	01.7 a 03.4	Moderada
C	06 a 12	03.4 a 06.8	Moderada a Forte
D	12 a 20	06.8 a 11.3	Forte
E	20 a 40	11.3 a 21.8	Muito Forte
F	> 40	> 21.8	Extremamente Forte

14.3. Exercícios

1. Dados os valores abaixo, construir um perfil longitudinal com $E_x = 1:1000$ e $E_y = 1:100$, sabendo-se que as estacas foram cravadas de 20m em 20m.

Estaca	Cota	Estaca	Cota
0	100,00m	3	103,50m
1	101,60m	4	103,20m
2	102,30m	4+12,4	102,50m
2+8,60m	103,00m	5	102,90m

2. Em relação ao exercício anterior, determinar a declividade das rampas que ligam: a) a estaca 2 à estaca 3; b) a estaca 4 à estaca 5.

3. Em relação ao exercício anterior, determine a cota de uma estaca situada a 15,80m da estaca 1.

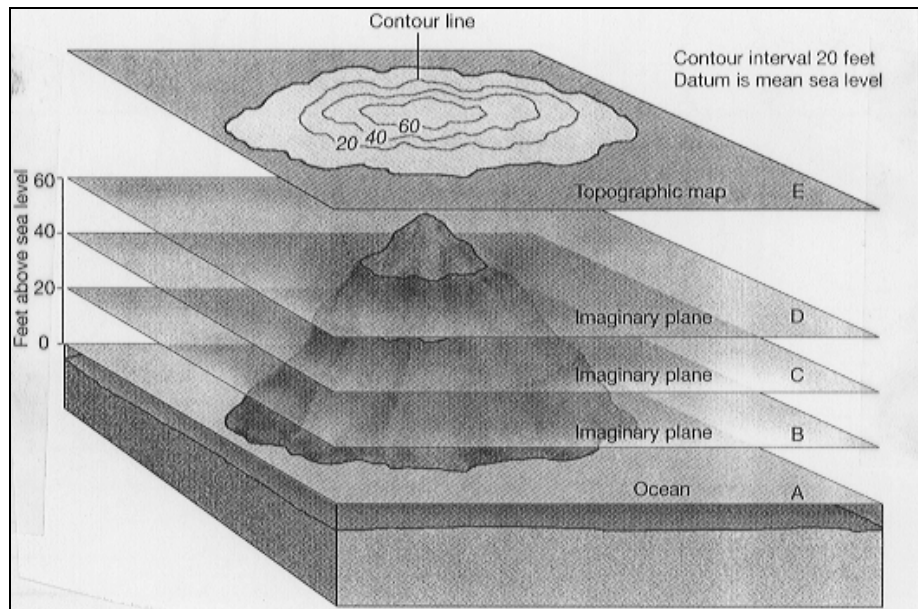
4. Determine a declividade entre dois pontos, em porcentagem e em valores angulares, sabendo-se que a cota do primeiro ponto é 471,37m e a cota do segundo ponto é 476,77m. A distância horizontal entre eles é de 337,25m.

5. Qual deve ser a cota de um ponto **B**, distante 150m de um ponto **A**, sabendo-se que o gradiente entre eles é de $-2,5\%$.

14.4. Geração de Curvas de Nível

Como ilustrado na figura a seguir, as *curvas de nível* ou *isolinhas* são linhas curvas fechadas formadas a partir da interseção de vários planos horizontais com a superfície do terreno.

Cada uma destas linhas, pertencendo a um mesmo plano horizontal tem, evidentemente, todos os seus pontos situados na mesma cota altimétrica, ou seja, todos os pontos estão no mesmo nível.



Os planos horizontais de interseção são sempre paralelos e equidistantes e a distância entre um plano e outro denomina-se *Eqüidistância Vertical*.

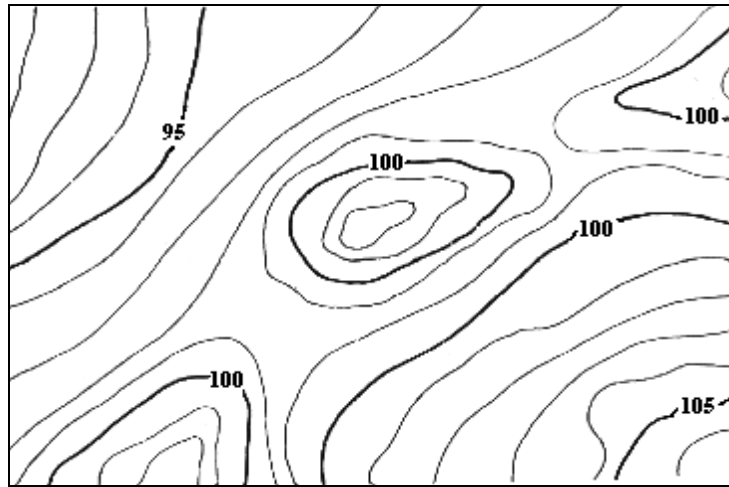
Segundo DOMINGUES (1979), a equidistância vertical das curvas de nível varia com a escala da planta e recomendam-se os valores da tabela abaixo.

Escala	Eqüidistância	Escala	Eqüidistância
1:500	0,5m	1:100000	50,0m
1:1000	1,0m	1:200000	100,0m
1:2000	2,0m	1:250000	100,0m
1:10000	10,0m	1:500000	200,0m
1:25000	10,0m	1:1000000	200,0m
1:50000	25,0m	1:10000000	500,0m

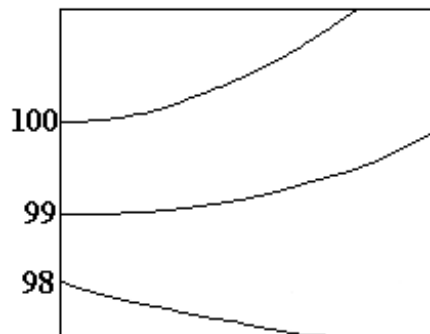
14.4.1. Características das Curvas de Nível

- As curvas de nível, segundo o seu traçado, são classificadas em:
 - ◇ *mestras*: todas as curvas múltiplas de 5 ou 10 metros.
 - ◇ *intermediárias*: todas as curvas múltiplas da equidistância vertical, excluindo-se as mestras.
 - ◇ *meia-equidistância*: utilizadas na densificação de terrenos muito planos.

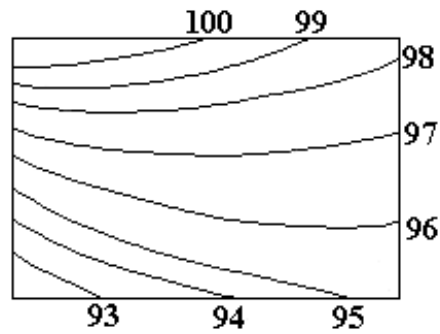
A figura a seguir (DOMINGUES, 1979) ilustra parte de uma planta altimétrica com curvas de nível mestras e intermediárias.



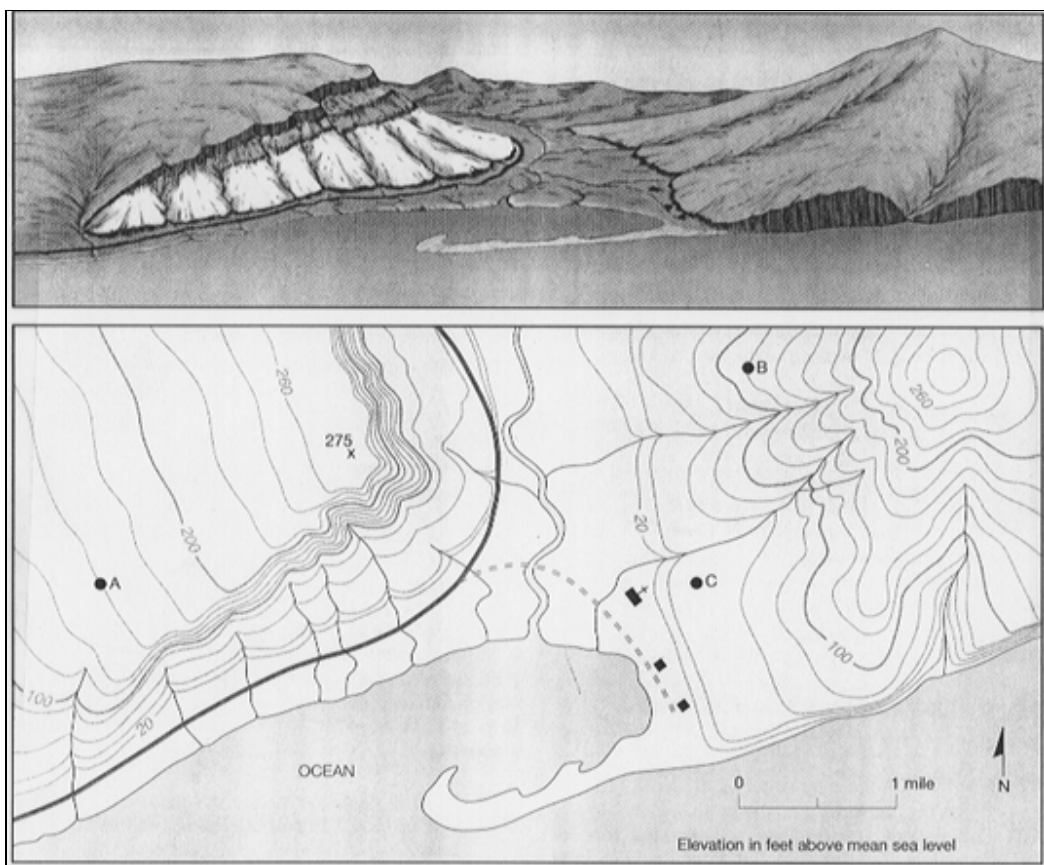
- Todas as curvas são representadas em tons de marrom ou sépia (plantas coloridas) e preto (plantas monocromáticas).
- As curvas mestras são representadas por traços mais espessos e são todas cotadas.
- Como mostra a figura a seguir (GARCIA, 1984), curvas muito afastadas representam terrenos planos.



- Da mesma forma, a figura a seguir (GARCIA, 1984) mostra que curvas muito próximas representam terrenos acidentados.



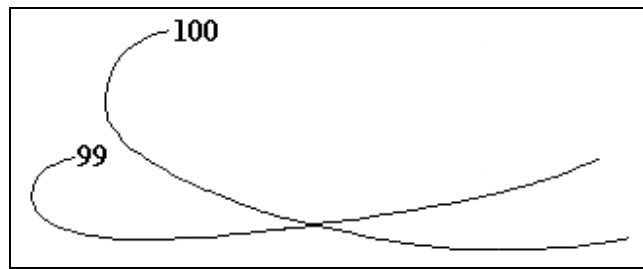
- Como indicado na figura a seguir, a maior declividade (d%) do terreno ocorre no local onde as curvas de nível são mais próximas e vice-versa.



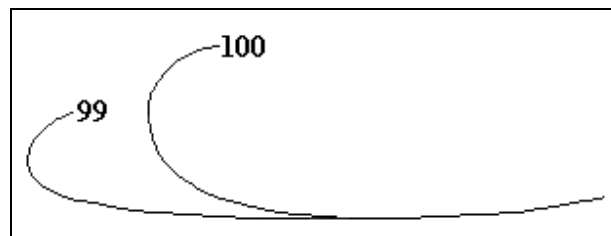
- Para o traçado das curvas de nível os pontos *notáveis* do terreno (aqueles que melhor caracterizam o relevo) devem ser levantados altimetricamente. É a partir destes pontos que se interpolam, gráfica ou numericamente, os pontos definidores das curvas.
- Em *terrenos naturais* (não modificados pelo homem) as curvas tendem a um paralelismo e são isentas de *ângulos vivos e quebras*.

14.4.2. Normas para o Desenho das Curvas de Nível

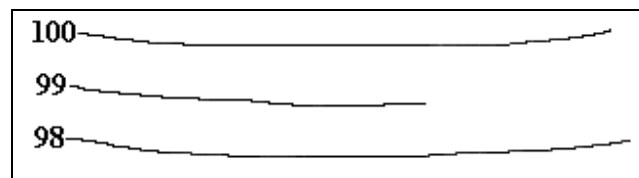
- Duas curvas de nível jamais devem se cruzar. Figura de GARCIA e PIEDADE (1984).



- Duas ou mais curvas de nível jamais poderão convergir para formar uma curva única, com exceção das paredes verticais de rocha. Figura de GARCIA e PIEDADE (1984).



- Uma curva de nível inicia e termina no mesmo ponto, portanto, ela não pode surgir do nada e desaparecer repentinamente. Figura de GARCIA e PIEDADE (1984).



- Uma curva pode compreender outra, mas nunca ela mesma.
- Nos *cumes* e nas *depressões* o relevo é representado por pontos cotados.

14.4.3. O Modelado Terrestre

Segundo ESPARTEL (1987), o modelado terrestre (superfície do terreno), tal qual se apresenta atualmente, teve origem nos contínuos deslocamentos da crosta terrestre (devidos à ação de causas internas) e na influência dos diversos fenômenos externos (tais como chuvas, vento, calor solar, frio intenso) que com a sua ação mecânica e química, alteraram a *superfície estrutural* original transformando-a em uma *superfície escultural*.

Para compreender melhor as feições (acidentes geográficos) que o terreno apresenta e como as curvas de nível se comportam em relação às mesmas, algumas definições geográficas do terreno são necessárias. São elas:

Colo: *quebrada* ou *garganta*, é o ponto onde as linhas de talvegue (normalmente duas) e de divisores de águas (normalmente dois) se curvam fortemente mudando de sentido.

Contraforte: são saliências do terreno que se destacam da serra principal (*cordilheira*) formando os vales secundários ou laterais. Destes partem ramificações ou saliências denominadas *espigões* e a eles correspondem os vales terciários.

Cume: *cimo* ou *crista*, é a ponto mais elevado de uma montanha.

Linha de Aguada: ou *talvegue*, é a linha representativa do fundo dos rios, córregos ou cursos d'água.

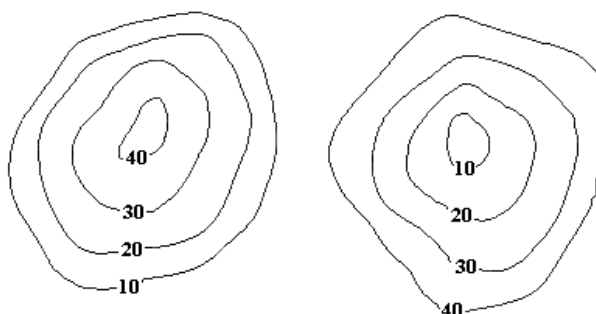
Linha de Crista: *cumeada* ou *divisor de águas*, é a linha que une os pontos mais altos de uma elevação dividindo as águas da chuva.

Serra: cadeia de montanhas de forma muito alongada donde partem os contrafortes.

Vertente: *flanco*, *encosta* ou *escarpa*, é a superfície inclinada que vem do cimo até a base das montanhas. Pode ser à *esquerda* ou à *direita* de um vale, ou seja, a que fica à mão esquerda e direita respectivamente do observador colocado de frente para a foz do curso d'água. As vertentes, por sua vez, não são superfícies planas, mas sulcadas de depressões que formam os vales secundários.

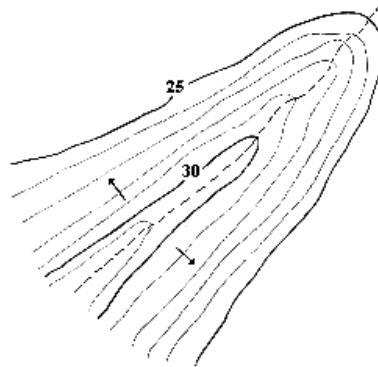
14.4.4. As Curvas de Nível e os Principais Acidentes Geográficos Naturais

- **Depressão e Elevação:** como na figura a seguir (GARCIA, 1984), são superfícies nas quais as curvas de nível de maior valor envolvem as de menor no caso das depressões e vice-versa para as elevações.

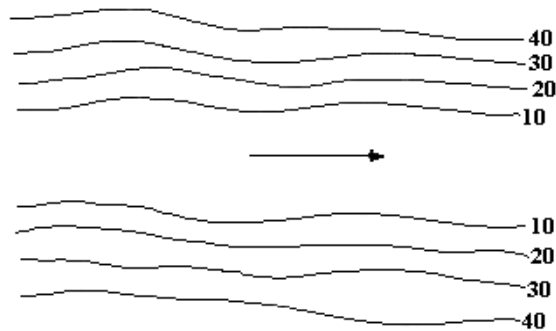


- **Colina, Monte e Morro:** segundo ESPARTEL (1987), a primeira é uma elevação suave, alongada, coberta de vegetação e com altura entre 200 a 400m. A segunda é uma elevação de forma variável, abrupta, normalmente sem vegetação na parte superior e com altura entre 200 a 300m. A terceira é uma elevação semelhante ao monte, porém, com altura entre 100 e 200m. Todas aparecem isoladas sobre o terreno.

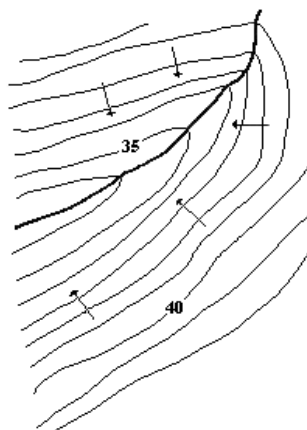
- *Espigão*: constitui-se numa elevação alongada que tem sua origem em um contraforte. Figura de DOMINGUES (1979).



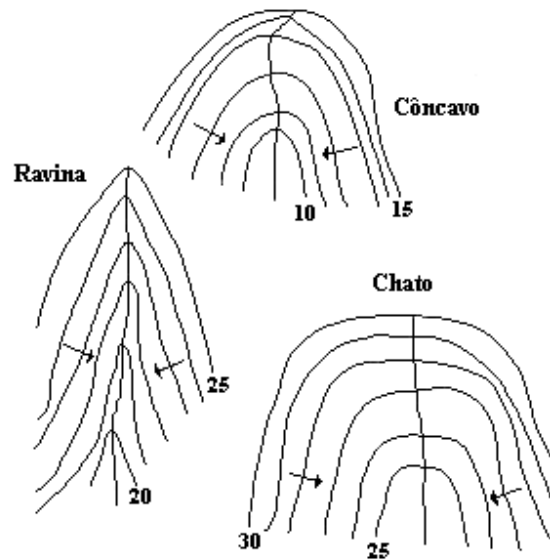
- *Corredor*: faixa de terreno entre duas elevações de grande extensão. Figura de GARCIA e PIEDADE (1984).



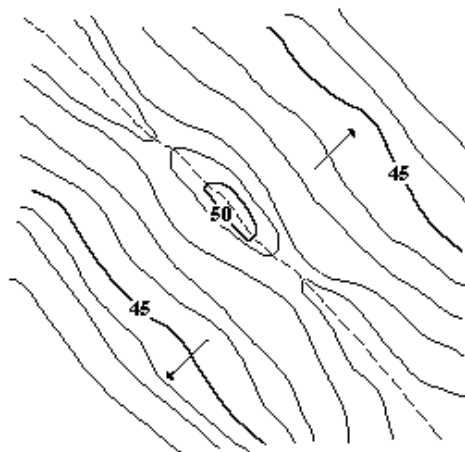
- *Talvegue*: linha de encontro de duas vertentes opostas (pela base) e segundo a qual as águas tendem a se acumular formando os rios ou cursos d'água. Figura de DOMINGUES (1979).



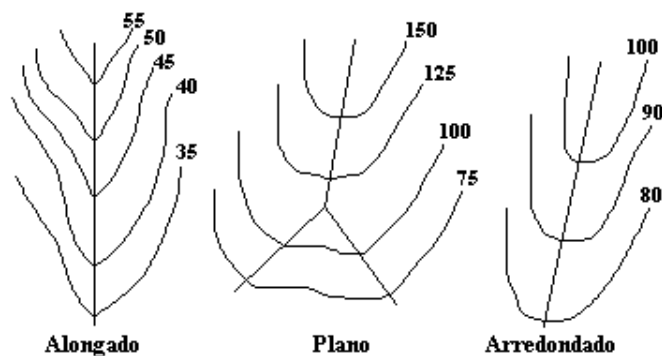
- *Vale*: superfície côncava formada pela reunião de duas vertentes opostas (pela base). Segundo DOMINGUES (1979) e conforme figura abaixo, podem ser de fundo côncavo, de fundo de ravina ou de fundo chato. Neste, as curvas de nível de maior valor envolvem as de menor.



- *Divisor de águas*: linha formada pelo encontro de duas vertentes opostas (pelos cumes) e segundo a qual as águas se dividem para uma e outra destas vertentes. Figura de DOMINGUES (1979).



- *Dorso*: superfície convexa formada pela reunião de duas vertentes opostas (pelos cumes). Segundo ESPARTEL (1987) e conforme figura abaixo, podem ser alongados, planos ou arredondados. Neste, as curvas de nível de menor valor envolvem as de maior.



- O *talvegue* está associado ao *vale* enquanto o *divisor de águas* está associado ao *dorso*.

14.4.5. Leis do Modelado Terrestre

Segundo ESPARTEL (1987), à ciência que estuda as formas exteriores da superfície da Terra e as leis que regem o seu modelado dá-se o nome de *Topologia*.

Por serem as águas (em qualquer estado: sólido, líquido e gasoso) as grandes responsáveis pela atual conformação da superfície terrestre, é necessário que se conheçam algumas das leis que regem a sua evolução e dinâmica, de forma a compreender melhor a sua estreita relação com o terreno e a maneira como este se apresenta.

Leis:

1ª Lei: Qualquer curso d'água está compreendido entre duas elevações cujas linhas de crista vão se afastando à medida que o declive da linha de aguada vai diminuindo.

2ª Lei: Quando dois cursos d'água se encontram, a linha de crista que os separa está sensivelmente orientada no prolongamento do curso d'água resultante.

3ª Lei: Se dois cursos d'água descem paralelamente uma encosta e tomam depois direções opostas, as linhas que separam os cotovelos indicam a depressão mais profunda entre as vertentes.

4ª Lei: Se alguns cursos d'água partem dos arredores de um mesmo ponto e seguem direções diversas, há, ordinariamente, na sua origem comum, um ponto culminante.

5ª Lei: Se duas nascentes ficam de um lado e de outro de uma elevação, existe um *cume* na parte correspondente da linha de crista que as separa.

6ª Lei: Em uma zona regularmente modelada, uma linha de crista se baixa quando dois cursos d'água se aproximam e vice-versa. Ao máximo afastamento corresponde um *cume*, ao mínimo, um *colo*.

7ª Lei: Em relação a dois cursos d'água que correm em níveis diferentes, pode-se afirmar que a linha de crista principal que os separa aproxima-se, sensivelmente, do mais elevado.

8ª Lei: Sempre que uma linha de crista muda de direção lança um contraforte na direção de sua bissetriz. Este contraforte pode ser pequeno, mas sempre existente.

9ª Lei: Quando dois cursos d'água vizinhos nascem do mesmo lado de uma encosta um contraforte ou uma garupa se lança entre os dois e os separa. Na

interseção da linha de crista desse contraforte com a linha de crista principal existe um ponto culminante.

10^a Lei: Se um curso d'água se divide em muitos ramos sinuosos e forma ilhas irregulares, pode-se concluir que o vale é largo e a linha de aguada tem pouca inclinação. Se, ao contrário, existe um único canal, pode-se concluir que o vale é estreito e profundo e a linha de aguada é bastante inclinada.

14.4.6. Obtenção das Curvas de Nível

Segundo GARCIA e PIEDADE (1984), após o levantamento planimétrico do terreno pode-se empregar um dos três métodos abaixo para a obtenção das curvas de nível:

a) Quadriculação

- É o mais preciso dos métodos.
- Também é o mais demorado e dispendioso.
- Recomendado para pequenas áreas.
- Consiste em quadricular o terreno (com piquetes) e nivelá-lo.
- A quadriculação é feita com a ajuda de um teodolito/estação (para marcar as direções perpendiculares) e da trena/estação (para marcar as distâncias entre os piquetes).
- O valor do lado do quadrilátero é escolhido em função: da sinuosidade da superfície; das dimensões do terreno; da precisão requerida; e do comprimento da trena.
- No escritório, as quadriculas são lançadas em escala apropriada, os pontos de cota inteira são interpolados e as curvas de nível são traçadas.

b) Irradiação Taqueométrica

- Método recomendado para áreas grandes e relativamente planas.
- Consiste em levantar poligonais maiores (principais) e menores (secundárias) interligadas.
- Todas as poligonais devem ser niveladas.
- Das poligonais (principal e secundárias) irradiam-se os pontos notáveis do terreno, nivelando-os e determinando a sua posição através de ângulos e de distâncias horizontais.
- Esta irradiação é feita com o auxílio de um teodolito e trena ou de estação total.
- No escritório, as poligonais são calculadas e desenhadas, os pontos irradiados são locados e interpolados e as curvas de nível são traçadas.

c) Seções Transversais

- Método utilizado na obtenção de curvas de nível em faixas, ou seja, em terrenos estreitos e longos.
- Consiste em implantar e levantar planialtimetricamente os pontos definidores das linhas transversais à linha longitudinal definida por uma poligonal aberta.
- No escritório, a poligonal aberta e as linhas transversais são determinadas e desenhadas, os pontos de cada seção são interpolados e as curvas de nível são traçadas.

14.4.7. Interpolação

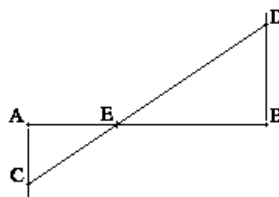
Segundo BORGES (1992) a interpolação das curvas de nível pode ser gráfica ou numérica.

a) Interpolação Gráfica

- Consiste em determinar, entre dois pontos de cotas fracionárias, o ponto de cota cheia ou inteira e múltiplo da equidistância vertical.
- Sejam, portanto, dois pontos **A** e **B** de cotas conhecidas e cuja distância horizontal também se conhece.
- O método consiste em traçar perpendiculares ao alinhamento **AB**, pelo ponto **A** e pelo ponto **B** respectivamente.
- Sobre estas perpendiculares lançam-se: o valor que excede a cota inteira (sentido positivo do eixo, pelo ponto A ou B, aquele de maior cota); e o valor que falta para completar a cota inteira (sentido negativo do eixo, pelo ponto A ou B, aquele de menor cota). Este lançamento pode ser feito em qualquer escala.
- Os valores lançados sobre as perpendiculares por **A** e **B** resultam nos pontos **C** e **D**, que determinam uma linha.
- A interseção desta linha (**CD**) com o alinhamento (**AB**) é o ponto de cota inteira procurado.
- Ex.: seja $c(A) = 12,6\text{m}$, $c(B) = 13,7\text{m}$ e $DH_{AB} = 20,0\text{m}$. Determine o ponto de cota inteira entre A e B e sua localização.

b) Interpolação Numérica

- O método consiste em determinar os pontos de cota inteira e múltiplos da equidistância vertical por semelhança de triângulos:
- Pela figura abaixo (BORGES, 1992), pode-se deduzir que:



$AE \rightarrow AB$ assim como $AC \rightarrow (AC + BD)$ portanto

$$AE = \frac{AC \cdot AB}{(AC + BD)}$$

- Para o exemplo do método anterior, **AE** calculado pela relação acima corresponde a 7,27m. Isto equívale ao resultado obtido graficamente.

14.4.8. Classificação do Relevo

De posse da planta planialtimétrica de um terreno ou região é possível, segundo GARCIA e PIEDADE (1984), analisar e classificar o relevo da seguinte forma:

Classificação	Relevo
Plano	Com desníveis próximos de zero
Ondulado	Com desníveis $\leq 20m$
Movimentado	Com elevações entre 20 e 50m
Acidentado	Com elevações entre 50 e 100m
Montuoso	Com elevações entre 100 e 1000m
Montanhoso	Com elevações superiores a 1000m

14.4.9. Tipos de Cartas

As plantas planialtimétricas de uma região, segundo ESPARTEL (1987) podem ser classificadas como:

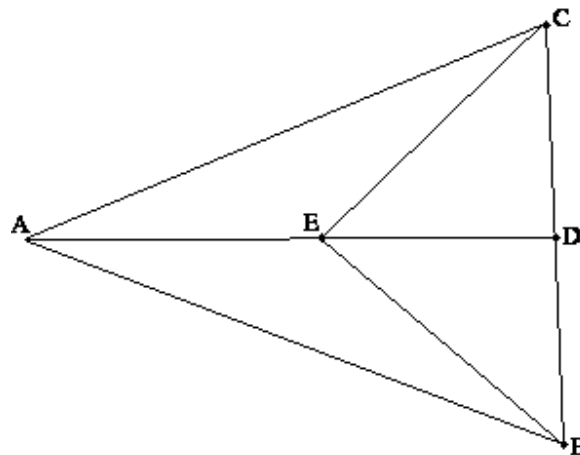
- *Hipsométricas* ou *Geográficas*: constituindo todo o conjunto de plantas, cartas e mapas planialtimétricos.
- *Batimétricas* ou *Náuticas*: constituindo todas as plantas, cartas e mapas cuja finalidade é representar o relevo marinho. Estes produtos não possuem curvas de nível, apenas pontos e linhas de profundidade. A profundidade dos pontos e linhas representados é obtida através de *ecobatímetros*, atualmente, interligados a GPS de precisão e, portanto, por processos diferenciados das curvas de nível tradicionais.

14.5. Exercícios

1. Determine os pontos de cota inteira para o terreno da figura abaixo, levantado pelo método da quadriculação. Interpole e desenhe as curvas de nível com equidistância vertical de 1m. As estacas estão cravadas em intervalos regulares de 20m.

	A	B	C	D	E
1	16,4	14,8	13,1	11,4	10,0
2	17,9	16,2	14,7	13,0	11,3
3	19,1	17,6	16,0	14,5	12,6
4	20,2	18,5	17,4	15,7	13,8
5	21,3	19,9	18,2	17,0	15,2
6	22,2	21,0	19,5	17,8	16,5
7	23,1	21,7	20,6	19,2	17,8

2. Seja uma porção de terreno correspondente a uma vertente isolada de um vale da qual foram determinadas, por nivelamento trigonométrico, as cotas dos pontos A (37,0m), B (28,5m), C (26,6m), D (6,0m) e E (17,5m). Sabendo-se que as distâncias AC, AE, ED, AB, CD e DB correspondem a 75m, 40m, 35m, 70m, 37.5m e 37.5m; interpolar os pontos de cota inteira com equidistância vertical de 5m e traçar as curvas de nível correspondentes.



15. Planialtimetria

É a representação das informações planimétricas e altimétricas, obtidas dos levantamentos já descritos anteriormente, em uma única planta, carta ou mapa.

A finalidade da planta planialtimétrica é fornecer o maior número possível de informações da superfície representada para efeitos de **estudo, planejamento e viabilização de projetos**.

Como já foi visto, a planimetria permite representar os acidentes geográficos (naturais ou artificiais) do terreno em função de suas coordenadas planas (x, y).

A altimetria, por sua vez, fornece um elemento a mais, que é a coordenada (z) de pontos isolados do terreno (pontos cotados) ou de planos horizontais de interseção com o terreno (curvas de nível).

Segundo GARCIA e PIEDADE (1984), a planta planialtimétrica é utilizada para:

① *Escolha do melhor traçado e locação de estradas (ferrovias ou rodovias)*

Através da planta pode-se determinar:

- ⇨ Declividade máxima das rampas
- ⇨ Mínimo de curvas necessário
- ⇨ Movimentação de terra (volumes de corte e aterro)
- ⇨ Locais sujeitos a inundação
- ⇨ Necessidade de obras especiais (pontes, viadutos, túneis...)

② *Linhas de transmissão: energia*

Através da planta faz-se o estudo:

- ⇨ Direção e largura da faixa de domínio da linha (perfis longitudinal e transversais)
- ⇨ Áreas de desapropriação
- ⇨ Melhores locais para instalação de torres, postes, centrais de distribuição, ...

③ *Dutos em geral: óleo, gás, água, esgoto, produtos químicos, etc.*

Através da planta é possível:

- ⇨ Estudar o relevo para a idealização do projeto (perfis, declividades, etc.)
- ⇨ Determinar pontos onde é necessária a utilização de bombas para recondução do escoamento

④ *Serviços de terraplanagem*

Através da planta é possível:

- ⇨ Estudar o relevo para fins de planificação
- ⇨ Determinar os volumes de corte e aterro necessários à construção de casas, edifícios, sedes de fazenda, silos, ...
- ⇨ Retificar as curvas de nível segundo os projetos idealizados

⑤ Construção de açudes, barragens e usinas

Através da planta é possível:

- ⇨ Determinar a área a ser ocupada pela água e o volume que será armazenado
- ⇨ Projetar o desvio provisório de cursos d'água ou rios
- ⇨ Realizar o estudo de impactos ambientais (fauna e flora)

⑥ Planejamento do uso da terra

Através da planta é possível:

- ⇨ Estudar e classificar os tipos de solos
- ⇨ Organizar o plantio por curvas de nível
- ⇨ Prevenir a erosão
- ⇨ Realizar estudos e idealizar projetos de irrigação (a partir de fontes naturais) e em função do tipo do terreno (plano, ondulado ...)
- ⇨ Determinar a economia mais apropriada para a região (criação de gado, plantio de arroz, cultura de café, soja ou milho)
- ⇨ Preservar áreas de interesse ecológico e ambiental

⑦ Planejamento urbano

Através da planta é possível:

- ⇨ Estudar e planejar a direção das vias (insolação, acesso, etc.)
- ⇨ Estudar e planejar áreas industriais (controle da poluição e de resíduos)
- ⇨ Estudar e planejar áreas comerciais
- ⇨ Estudar e planejar áreas residenciais (altura das edificações, afastamento das vias, insolação, etc.)
- ⇨ Estudar e planejar áreas de lazer e recreação (parques, jardins, praças, museus, centros históricos, etc.)
- ⇨ Estudar e planejar a distribuição de escolas, hospitais, postos de saúde, etc.
- ⇨ Estudar e planejar o tráfego
- ⇨ Estudar e planejar o transporte coletivo e o recolhimento do lixo

⑧ Peritagem.

Através da planta é possível, inclusive:

- ⇨ Avaliar juridicamente a propriedade, estimando preço de venda e valores de tributação

16. Avaliação de Áreas de Figuras Planas

Como descrito acima, de posse da planta, carta ou mapa, o engenheiro pode dar início aos estudos que antecedem às fases de planejamento e viabilização de diversos projetos.

A avaliação de áreas de figuras planas faz parte deste estudo preliminar e tem como objetivo informar ao engenheiro quais as áreas aproximadas envolvidas por um determinado projeto.

Os métodos de avaliação de áreas de figuras planas são muitos. A seguir, encontram-se os principais.

16.1. Método de Equivalências Gráficas

Segundo ESPARTEL (1987), são muitos os métodos que permitem, através de equivalências gráficas, determinar a área de uma figura plana. Os principais são:

16.1.1. Método da Decomposição

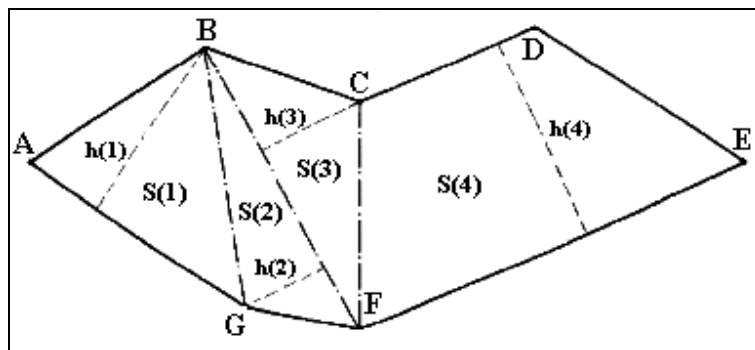
Este método é utilizado na determinação da área aproximada de uma figura qualquer de lados retilíneos, delimitada sobre o papel e em qualquer escala.

O método consiste em decompor a figura original em figuras geométricas conhecidas (triângulos, retângulos, trapézios, quadrados) e, uma vez determinada a área de todas as figuras decompostas separadamente (através de fórmulas elementares), a área da figura original será dada pelo somatório das áreas parciais.

A figura a seguir (DOMINGUES, 1979) ilustra a decomposição de uma figura irregular em quatro figuras geométricas conhecidas (três triângulos e um trapézio) cujas áreas podem ser calculadas pelas seguintes fórmulas elementares:

$$S_1 = \frac{(AG \cdot h_1)}{2} \quad S_2 = \frac{(BF \cdot h_2)}{2} \quad S_3 = \frac{(BF \cdot h_3)}{2}$$

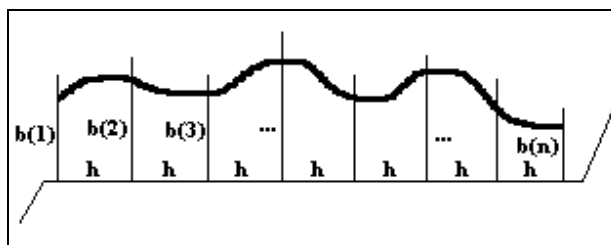
$$S_4 = \frac{(CD + FE)}{2} \cdot h_4$$



16.1.2. Método dos Trapézios

O método dos *Trapézios* ou *de Bezout* é utilizado na avaliação de áreas ditas extrapolygonais, ou seja, aquelas que representam figuras decompostas de lados irregulares ou curvos (delimitados por uma estrada, rio, lago, etc.).

Como mostra a figura a seguir (DOMINGUES, 1979), o método consiste em dividir a figura decomposta em vários trapézios de alturas (h) iguais.



Para a referida figura, a área será dada pela relação:

$$S = \left(\frac{b_E}{2} + b_I \right) \cdot h$$

onde,

$$b_E = b_1 + b_n \text{ (soma das bases externas: trapézios extremos)}$$

e

$$b_I = b_2 + \dots + b_{n-1} \text{ (soma das bases internas)}$$

Nestes casos, a precisão da área obtida é tanto maior quanto menor for o valor de (h).

16.1.3. Método do Gabarito

Para uma avaliação rápida e eficiente de áreas de figuras quaisquer (irregulares ou não) costuma-se utilizar *gabaritos*.

Os gabaritos são normalmente construídos sobre superfícies plásticas transparentes, vidro ou papel.

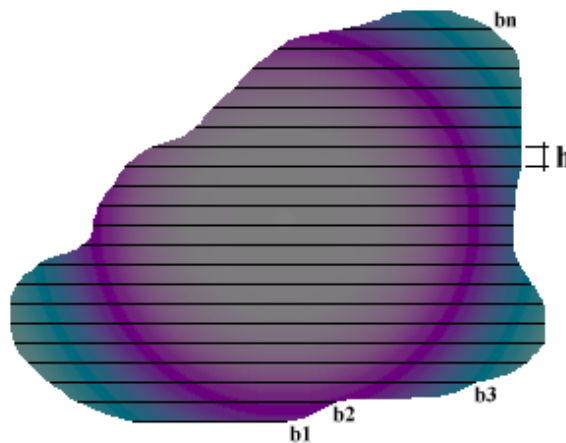
Para a avaliação de áreas, dois tipos de gabaritos podem ser utilizados. São eles:

16.1.3.1. Por Faixas

Este é um gabarito que consiste de linhas horizontais traçadas a intervalos regulares, ou seja, espaçadas entre si de um mesmo valor gerando várias faixas consecutivas.

Assim, para a determinação da área de uma figura basta posicionar o gabarito sobre a mesma e, com o auxílio de uma mesa de luz e uma régua, medir o comprimento das linhas que interceptam os seus limites.

A figura a seguir ilustra os comprimentos medidos com régua referentes às linhas do gabarito que interceptaram o perímetro de uma determinada figura traçada sobre um mapa.



A área desta figura é função do espaçamento entre as linhas (h) e do comprimento das mesmas ao interceptar os limites da figura (Σb).

Assim, para um número n de linhas medido:

$$S = h \cdot \Sigma b_i$$

para $i = 1, 2, \dots, n$

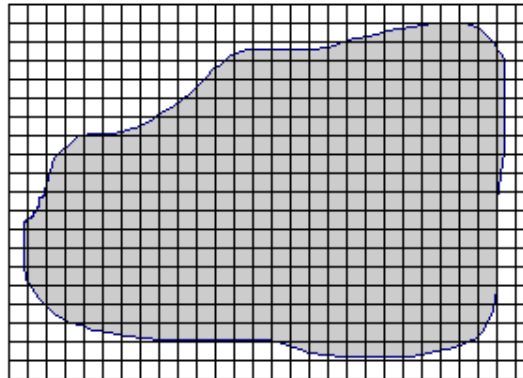
Como para o método anterior, a precisão da área obtida é tanto maior quanto menor for o valor de (h).

16.1.3.2. Quadrículas

Este é um gabarito que consiste de linhas horizontais e verticais traçadas a intervalos regulares gerando um conjunto de quadrículas.

Assim como para o método anterior, a medida da área de uma figura é determinada posicionando-se o gabarito sobre a figura e, com o auxílio de uma mesa de luz, contar o número de quadrículas contidas pela mesma.

A figura a seguir ilustra o conjunto de quadrículas contidas em uma figura traçada sobre um mapa.



A área da figura é função da área da quadrícula base (s_Q) e do número de quadrículas envolvidas (Q_n).

$$S = s_Q \cdot Q_n$$

A precisão da área obtida por este método é tanto maior quanto menor for a área da quadrícula.

16.2. Método Mecânico ou Eletrônico

O método é dito mecânico ou eletrônico quando, para a avaliação da área, utilizam-se aparelhos mecânicos ou eletrônicos.

16.2.1. Planímetro Polar

O planímetro é um aparelho que consiste de duas *hastes articuladas*, um *pólo*, um *traçador* e um *tambor*.

Pela figura a seguir é possível visualizar que:

- Na extremidade da primeira haste encontra-se uma ponta seca presa a um peso, denominada *pólo*, utilizada para a fixação da própria haste.
- Na extremidade da segunda haste há uma lente cujo centro é marcado por um ponto ou cruzeta, denominada *traçador*.
- Na articulação das duas hastes encontra-se um *tambor* graduado conectado a um contador de voltas. A este conjunto denomina-se *integrante*.



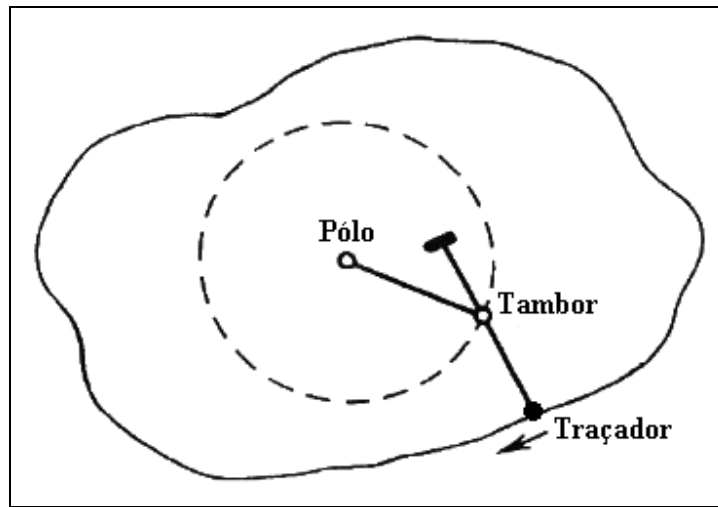
A diferença do aparelho mecânico para o eletrônico está justamente no *integrante*. Para o aparelho mecânico, há necessidade de ler o número de voltas que o aparelho deu ao percorrer o perímetro de uma determinada figura e, em função da escala da planta, calcular a área através de uma relação matemática.

O aparelho eletrônico, por sua vez, permite a entrada da escala da planta (através de digitação) e a escolha da unidade a ser trabalhada. Assim, ao terminar de percorrer a figura, este exibe, automaticamente, o valor da área num visor de LCD (cristal líquido).

Como na figura a seguir (ESPARTEL, 1987), a utilização do planímetro se faz:

- ⇨ Sempre em superfície plana.
- ⇨ O *pólo* deve ser fixado dentro ou fora da figura a medir, dependendo do seu tamanho.
- ⇨ As *hastes* devem ser dispostas de maneira a formar um ângulo reto entre si, assim, é possível verificar se o *traçador* contornará a figura facilmente.
- ⇨ Escolhe-se um ponto de partida para as medições.
- ⇨ O aparelho deve ser zerado neste ponto.
- ⇨ Percorre-se o contorno da figura com o *traçador*, *no sentido horário*, voltando ao ponto de partida.
- ⇨ Faz-se a leitura do *tambor* (aparelho mecânico), ou, a leitura no visor (aparelho eletrônico).

- ⇨ Para a avaliação final da área, toma-se sempre a média de (no mínimo) três leituras com o planímetro.



16.2.2. Balança de Precisão

Este método avalia a área de uma figura em função do seu peso.

Para tanto, é necessário que se tenha à disposição uma balança de precisão (leitura entre 0,01 e 0,001g).

O método consiste em tomar como amostra uma figura cuja área seja conhecida e que esteja representada sobre papel cuja gramatura seja a mesma da figura que se quer avaliar.

Assim, para a avaliação da área de uma figura qualquer é preciso:

- Desenhar uma figura geométrica conhecida (quadrado, retângulo, triângulo, trapézio) em determinado tipo de papel.
- Recortar esta figura de área (s_A) conhecida e pesá-la (p_A).
- Transcrever os limites da figura a ser avaliada para o mesmo tipo de papel (utilizando mesa de luz).
- Recortar esta figura de área (S) desconhecida e pesá-la (P).

A área da figura que se quer avaliar poderá, então, ser facilmente obtida através de uma regra de três simples, ou, através da seguinte relação:

$$S = \frac{s_A}{p_A} \cdot P$$

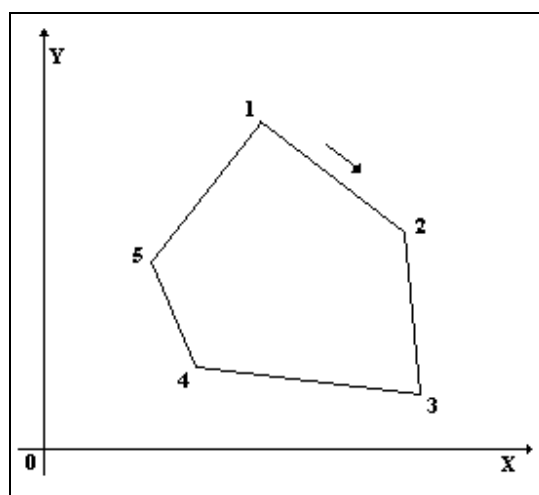
16.3. Método Analítico

Segundo DOMINGUES (1979) a área de uma superfície plana limitada por uma poligonal fechada pode ser determinada analiticamente quando se conhecem as coordenadas ortogonais dos seus vértices.

Dos métodos analíticos conhecidos, sem dúvida, o mais empregado para a avaliação de áreas de figuras planas é o de Gauss.

16.3.1. Método de Gauss

Como na figura abaixo, consiste em, dadas as coordenadas (X,Y) de pontos de uma figura fechada qualquer, determinar a área desta figura seguindo os seguintes critérios:



- ⇨ As coordenadas do ponto de partida e de chegada devem ser as mesmas
→ $X_1 = X_n$ e $Y_1 = Y_n$.
- ⇨ Percorrendo a poligonal no sentido horário, somam-se as ordenadas (ΣY) dos pontos, aos pares, ou seja, de duas em duas.
- ⇨ Na seqüência, porém em sentido contrário, subtraem-se as abcissas (ΔX) dos pontos, também aos pares.
- ⇨ Os resultados de cada soma e subtração, para um mesmo ponto, são multiplicados entre si ($\Sigma Y \cdot \Delta X$).
- ⇨ Somam-se, algebricamente, todos os produtos encontrados ($\Sigma(\Sigma Y \cdot \Delta X)$).
- ⇨ A área final é dada pela seguinte relação:

$$2S = \sum_1^n (Y_{i+1} + Y_i)(X_{i+1} - X_i)$$

16.4. Exercícios

1. Determine a área total de uma figura qualquer, em cm^2 , sabendo-se que esta foi dividida em duas figuras geométricas conhecidas. São elas:

trapézio \rightarrow base maior(b) = 23,5cm; base menor(a) = 15,7cm; altura(h) = 5,3cm

triângulo qualquer \rightarrow lado(a) = 6,6cm; lado(b) = 5,3cm; lado(c) = 8,3cm

2. Determine a área de uma figura, pelo método de Gauss, sabendo que a mesma é definida por seis pontos cujas coordenadas são:

Ponto	X	Y
1	100mm	100mm
2	223mm	167mm
3	304mm	017mm
4	128mm	-79mm
5	002mm	-56mm
6	-41mm	023mm

Considerando que esta figura está delimitada sobre uma planta na escala 1:2.000, determine o valor da sua área real (m^2).

3. Qual seria o valor da área de uma figura de 1,83g de peso sabendo-se que uma amostra de 10cm x 15cm, no mesmo tipo de papel, tem peso igual a 0,76g?

4. Calcule a área de uma poligonal triangular a partir dos dados relacionados abaixo.

$$DH(AB) = 100,320\text{m}$$

$$H_z(CAB) = 66^\circ 10'$$

$$H_z(CBA) = 41^\circ 42'$$